

Теория 6. Что означает устойчивость по Пуассону?

студентка 2 курса магистратуры Кобзева В.М.

21 декабря 2020 г.

Определение

Точка x_0 фазового пространства называется устойчивой по Пуассону в положительном направлении (P^+ -устойчивой), если существует такая последовательность $t_n \rightarrow +\infty$, при $n \rightarrow +\infty$, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x(t_n, x_0) = x_0.$$

Другими словами, точка x_0 называется ω -предельной точкой своей положительной полутраектории.

Точка x_0 фазового пространства называется устойчивой по Пуассону в отрицательном направлении (P^- -устойчивой), если существует такая последовательность $t_n \rightarrow -\infty$, при $n \rightarrow +\infty$, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x(t_n, x_0) = x_0.$$

В случае когда точка одновременно P^+ -устойчива и P^- -устойчива, говорят, она **устойчива по Пуассону**.

Что означает устойчивость по Пуассону?

Траектория называется **устойчивой по Пуассону**, если каждая ее точка является устойчивой по Пуассону.

Устойчивые по Пуассону траектории могут быть, в свою очередь, разделены на два типа в зависимости от того, ограничена или нет последовательность $\tau_k(\varepsilon)$ времен возвращения Пуанкаре P -траектории в ее ε -окрестность.

Биркгоф называл траектории первого типа **рекуррентными траекториями**.

Примером устойчивой по Пуассону траектории является состояние равновесия.

Если же рассматривается траектория, отличная от неподвижной точки, то устойчивой по Пуассону она будет в том случае, если обладает свойством возвращаться в сколь угодно малую окрестность каждой своей точки бесконечное число раз. Поэтому устойчивыми по Пуассону будут циклы и квазипериодические траектории (суперпозиция двух периодических колебаний с несоизмеримыми частотами), а также более сложные траектории, возникающие в хаотических системах.

Определение

Фазовое пространство в математике и физике — пространство, каждая точка которого соответствует одному и только одному состоянию из множества всех возможных состояний системы. Точка пространства, соответствующая состоянию системы, называется «изображающей» или «представляющей» для него. Таким образом, изменению состояний системы, — т.е. её динамике — можно сопоставить движение изображающей точки;